АРТЕМ ЧЕРЕМУХИН

ДМИТРИЙ ПРОСКУРА

**МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ**

**Аннотация.** В статье анализируются основные работы в области построения и исследования производственных функций, ставится задача построения их по данным сельскохозяйственных организаций Нижегородской области, занятых производством рапса, картофеля, мяса КРС, мяса свиней.

Построенные ПФ являлись модифицированными функциями Кобба-Дугласа, позволяющими учесть влияние на объем производимой продукции соотношения экономических ресурсов, использованных в производстве, а также учесть влияние количества экономических ресурсов на их эластичности.

Методология построения производственных функций включал в себя отбор наиболее значащих переменных, построение моделей, анализ достоверности моделей и проверку их на выполнение условий Гаусса-Маркова.

В исследовании были оценены коэффициенты 4 производственных функций по данным за 2014-2017 гг., сделаны выводы, намечены перспективы дальнейших исследований.

**Ключевые слова.** Производственная функция, отбор признаков, отбор моделей, условия Гаусса-Маркова, сельскохозяйственные организации

**Основные положения:**

- построены модифицированные производственные функции по рапсу, картофелю, мясу КРС и мясу свиней, включающие в себя учет соотношения основных экономических ресурсов и влияние количества ресурсов на их эластичность;

- обоснована необходимость проверки условий Гаусса-Маркова при использовании метода наименьших квадратов и выявлено, что метод адаптивной сплайновой регрессии позволят наиболее эффективно выявлять значимые переменные.

*Введение.* Производственные функции являются важным инструментом исследования экономических процессов по всем миру. Уже век продолжаются различные теоретические и прикладные исследования, посвященные различным аспектам построения и интерпретации производственных функций, разработке рекомендаций по регулированию секторов экономики на основе полученных результатов.

За последние 2 года учеными был получен ряд новых теоретических и практических результатов, в том числе:

- была рассмотрена модель экономического роста Солоу, в котором экологическое загрязнение создает негативные производственные эффекты. При таких предпосылках производственная функция имеет S-форму. Исследована данная система в динамике, вопрос о том, как перейти из зоны устойчивости в состоянии загрязнения в зону экологичной устойчивости, обрисованы перспективы регулирования экономики для достижения равновесных состояний [1];

– была рассмотрена структура индивидуального капитала предприятия, предложены методы его денежной оценки, модификация производственной функции Тинбергена с учетом наличия интеллектуального капитала [2];

– для модифицированного вида CES-функции (с включением в качестве еще одного фактора технологического прогресса) представлен алгоритм роевой оптимизации для подбора параметров, модифицированы формулы расчета факторов, влияющих на экономический рост. Модификации апробированы на данных экономического роста Китая (зависимая переменная: ВВП, независимые переменные: инвестиции в основной капитал, число сотрудников, общее потребление энергии), показано, что модель дает адекватные результаты [3];

– обсуждается важный вопрос о CES-виде производственных функций, расчете различных показателей эластичности по ним, анализируются различные источники экономической информации и методы оценки параметров модели CES-функции, нахождения эластичности путем обзора подходов за 40 последних лет [4];

– была рассмотрена производственная функция с постоянной эластичностью замещения, решена задача о максимизации выпуска продукции при бесконечной эластичности, показано, что данная задача сводится к задаче линейного программирования [5]

– рассмотрено нахождение предельных норм технического замещения труда капиталом для случая двухфакторных производственных функций разных типов, решена обратная задача восстановления двухфакторной ПФ исходя из заданной предельной нормы технического замещения [6]

– модифицирована методология оценки влияния на результат в ПФ важных косвенных ненаблюдаемых переменных, предложенный метод апробирован на данных по экономике Чили [7]

Также отечественными и зарубежными учеными был проведен ряд практических исследования, в которых:

- была найдена производственная функция типа Кобба-Дугласа промышленных предприятий Челябинской области и найдены значения эластичности выручки по затратам на основные виды ресурсов (в качестве независимых переменных выступали величина амортизации основного капиала, фонда оплаты труда), на основе чего определена важность ресурсов и приоритеты инвестирования в них [8]

- была построена производственная функция типа Кобба-Дугласа по данным о ВРП регионов РФ, стоимости инвестиций в основной капитал, среднегодовой численности занятых. Расчет параметров проводился с помощью метода Монте-Карло, проводилась проверка достоверности полученных результатов. Рассматривался вопрос о применении метода Монте-Карло для определения целесообразности усложнения функциональной формы модели [9]

- изучалось влияние энергии как производственного ресурса в модели Кобба-Дугласа по данным Ирана за 1970-2017 гг, в качестве независимых переменный были выбраны величины валового накопления основного капитала, потребления первичной энергии в миллионах тонн, количества работников, выбросов углекислого газа. Данная зависимость была подтверждена множеством других работ, а также данным исследованием. На основании этого были выделены 3 группы наиболее эффективных прямых, косвенных рыночных и нерыночных мер вмешательства для одновременного повышения энергетической безопасности и устойчивого экономического роста [10]

- была построена производственная функция Кобба-Дугласа с изменяющимися коэффициентами по данным республики Башкортостан за 2006-2016 гг. (валовая добавленная стоимость организаций промышленного комплекса, численность работников, стоимость основных фондов) [11]

- были построены производственные функции Кобба-Дугласа макрорегиона – европейского севера, а также отдельных регионов, входящих в него (независимые переменные: индексы промышленного и сельскохозяйственного производства, динамика инвестиций, численности населения и численности занятых, выбросы загрязняющих веществ в атмосферу, забор свежей воды и сброс загрязненных сточных вод) за 1990-2017 гг. На основании этих данных сделан вывод о вкладе рассматриваемых факторов изменение ВРП, рассчитаны показатели эластичности. [12]

- была построена производственная функция типа Кобба-Дугласа с добавлением третьего фактора – информационно-коммуникационные технологии по показателям экономики РФ за 2003-2017 гг. по нормированным ланным, сделаны выводы о характере влияния каждого из рассмотренных факторов [13]

- была построена производственная функция Кобба-Дугласа с добавлением третьего фактора – затраты на технологические инновации по данным Амурской области за 2000-2017 гг., рассчитаны показатели средней и предельной эффективности каждого ресурса, показателей эластичности выпуска [14]

- были построены производственные функции Кобба-Дугласа, CES- и VES-функции по данным ХМАО-Югра за 2001-2017 гг. (в качестве независимых переменных была взяты стоимость основных производственных фондов, инвестиции в основной капитал, средняя численность занятых), оценена точность прогнозирования данных функций [15]

- было сформулировано противоречие между экологичностью и экономическим ростом из-за того, что энергия является фактором, подлежащим включению в производственную функцию. На основе этого построена производственная функция (независимые переменные: количество работников, энергопотребление, основной капитал) для транспортного сектора Пакистана по данным 1991-2018 гг., предложены мероприятия по развитию данной отрасли экономики, е приводящие к росту выбросов углекислого газа. Сделаны выводы о динамике коэффициентов эластичности, показано, что необходимо двигаться в сторону замещения энергии капиталом, сформулированы приоритеты внутренней политики страны в этом направлении [16]

- построена производственная функция для производства рапса по данным сельхозтоваропроизводителей Ирана на основе измерения всех переменных модели в энергетических единицах измерения с помощью диаграммы ESL и разделения всех производственных ресурсов на 4 категории [17, 18]. Была построена транслогистическая производственная функция, произведено сравнение эколого-экономической устойчивости двух способов (традиционного и механического) выращивания рапса [19]

- построены 6 разных видов производственных функций для данных по экономике Удмуртской области за 2000-2018 гг., на основании расчетов коэффициента детерминации и ошибки аппроксимации показано, что наиболее точна мультипликативная регрессионная модель зависимости ВРП от объемов промышленного производства, торговли, строительства, сельского хозяйства и сферы услуг [20].

*Материалы и методы.* Данное исследование является логическим продолжением двух предыдущих работ авторов и посвящено получению производственных функций сельскохозяйственных организаций, занятых производством рапса, картофеля, мяса свиней. Построение моделей осуществлялось на основе следующих предпосылок:

- величина произведенной продукции зависит от величин ресурсов, функциональная форма зависимости соответствует функции Кобба-Дугласа;

- в качестве независимых переменных рассматривались: величина естественных ресурсов (посевных площадей для рапса и картофеля, величина соответствующего стада – для отраслей животноводства), количество работников, мощность основных средств, затраты на производство, средняя заработная плата работников, стоимость 1 лошадиной силы, а также соотношения этих переменных;

- значения степенных коэффициентов при экономических ресурсах (коэффициенты их эластичности) линейно могут зависеть от наличия в организациях других ресурсов и или их соотношения

Таким образом, независимой переменной выступал логарифм количества произведенной продукции, зависимыми переменными выступили 4 показателя логарифма количества ресурсов (естественные ресурсы, основной капитал, количество работников, затраты на производство), 24 различных показателя произведения логарифмов на величины ресурсов, заработной платы, стоимость основных средств (при потенцировании соответствующий коэффициент станет коэффициентом в функции эластичности логарифмированного фактора производства), 12 показателей логарифмов соотношения (и его квадрата) количества различных ресурсов.

Большое количество независимых переменных ставит задачу их отбора в модель, что позволяет сформировать следующую методологию построения производственной функции для каждого из рассматриваемых производств:

1. Отбор признаков в модель

2. Построение множества моделей,

3. Сравнение моделей по показателям значимости и проверка выполнимости условий Гаусса-Маркова,

4. Отбор и интерпретация результатов отбор лучшей, ее содержательная интерпретация (в случае невыполнимости условий Гаусса-Маркова для всех моделей строится медианная регрессия)

Для отбора влияющих признаков было применено три различных метода:

- получение рейтинга важности коэффициентов с помощью модели случайного леса [21]

- получение рейтинга важности коэффициентов, полученного на основании построения регрессии с регуляризацией [22]

- получение графика важности переменных для модели с использованием регрессионных сплайнов (MARS-метод).

После отбора признаков методология построения моделей по каждому из способов заключалась в добавлении признаков по возрастающей до появления первого незначимого коэффициента.

Применяемый метод проверки выполнимости условий Гаусса-Маркова был описан в работе [23]

Данные для проведения исследования были собраны по результатам изучения данных годовой финансовой отчетности сельскохозяйственных организаций Нижегородской области за 2014-2017 гг.

Все расчеты проводились с использованием языка R.

*Результаты.* По каждому рассматриваемому продукту строилось три таблицы: таблица со включенными переменными, сравнительная таблица с параметрами достоверности построенных моделей и оценками выполнимости условий Гаусса-Маркова, итоговая таблица с информацией о лучшей модели.

Первой рассмотренной культурой стал рапс (таб. 1-3).

Таблица 1 **-** Информация о переменных, включенных в производственную функцию рапса

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Переменная | Модели случайного леса | | | Модели регуляризации | | MARS-метод | |
| 1 переменная | 2 переменных | 3 переменных | 1 переменная | 2 переменных | 1 переменная | 2 переменных |
| Затраты на производство | + | + | + | + | + |  |  |
| Посевная площадь (как фактор, влияющий на эластичность посевной площади) |  | + | + |  |  |  |  |
| Мощность основных средств (как фактор, влияющий на эластичность затрат на производство |  |  | + |  |  |  |  |
| Мощность основных средств |  |  |  |  | + |  |  |
| Посевная площадь |  |  |  |  |  | + | + |
| Мощность основных средств, приходящаяся на 1 га |  |  |  |  |  |  | + |

По данным таблицы можно установить:

- влияние на величину произведенной продукции величины затрат, основного капитала, естественных ресурсов, соотношения основного капитала на естественные ресурсы;

- влияние величины основного капитала на эластичность величины затрат;

- влияние величины естественных ресурсов на эластичность величины естественных ресурсов.

Параметры полученных 6 уникальных моделей представлены в таблице ниже:

Таблица 2 - Сравнение параметров построенных моделей производственной функции рапса

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатель | Модели случайного леса | | | Модели регуляризации | | MARS-метод | |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| Значение F-критерия | 85.81 | 55.12 | 40.3 | 85.81 | 63.47 | 127.2 | 75.52 |
| Скорректированный коэффициент детерминации | 0.4936 | 0.5544 | 0.5754 | 0.4936 | 0.5895 | 0.5919 | 0.6314 |
| p-значение | 1.433е-14 | 4.472е-16 | 3.101е-16 | 1.433е-14 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 |
| р-значение гипотезы о нарушении предпосылок МНК | 0.15376 | 0.09838 | 0.00165 | 0.15376 | 0.07928 | 0.24754 | 0.16631 |
| р-значение гипотезы о асимметричности распределения ошибок | 0.02697 | 0.06010 | 0.05817 | 0.02697 | 0.01196 | 0.07344 | 0.08243 |
| р-значение гипотезы об эксцессе распределения ошибок, отличном от нормального | 0.90867 | 0.68858 | 0.68096 | 0.90867 | 0.64147 | 0.41051 | 0.64786 |
| р-значение гипотезы о нелинейности модели | 0.66252 | 0.05374 | 0.00033 | 0.66252 | 0.18157 | 0.26573 | 0.08441 |
| р-значение гипотезы о гетероскедастичности ошибок | 0.20812 | 0.52485 | 0.40270 | 0.20812 | 0.84138 | 0.58903 | 0.60112 |

По результатам анализа достоверности моделей наиболее лучшей (соблюдаются все условия Гаусса-Маркова при наивысшем показателе скорректированного коэффициента детерминации) была признана модель, включающая в себя в качестве независимых переменных величину естественных ресурсов и соотношение величины основного капитала к естественным ресурсам. Коэффициенты данной модели представлены в таблице ниже.

Таблица 3 - Параметры лучшей модели производственной функции рапса

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Параметр | Значение коэффициента | р-значение |
| Свободный член | 2.14771 | 1.19e-05 |
| Посевная площадь | 0.89274 | < 2e-16 |
| Мощность основных средств, приходящаяся на 1 га | 0.29139 | 0.00196 |

Таким образом, производственная функция рапса запишется в виде:

, (1)

где Т - Посевная площадь, га;

K/T - Мощность основных средств, приходящаяся на 1 га, л.с. / га;

Следовательно, при увеличении количества посевных площадей на 1% выпуск продукции увеличится на 0.89%, а при увеличении показателя величины лошадиных сил, приходящихся на 1 га, на 1%, выпуск продукции увеличивается на 0.29%. Таким образом, для достижения наибольшего прироста величины произведенной продукции необходим рост величины посевных площадей и опережающий рост мощности основных средств по сравнению с величиной посевных площадей.

Перейдем к построению производственной функции картофеля.

Таблица 4 - Информация о переменных, включенных в производственную функцию картофеля

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Переменная | Модели случайного леса | | | Модели регуляризации | | MARS-метод | |
| 1 переменная | 2 переменных | 3 переменных | 1 переменная | 2 переменных | 1 переменная | 2 переменных |
| Посевная площадь (как фактор, влияющий на эластичность посевной площади) | + | + | + |  |  |  |  |
| Посевная площадь (как фактор, влияющий на эластичность затрат) |  | + | + |  |  |  |  |
| Величина затрат на производство |  |  | + |  |  |  |  |
| Посевная площадь |  |  |  | + | + | + | + |
| Мощность основных средств |  |  |  |  | + |  |  |
| Затраты на производство, приходяшиеся на 1 работника |  |  |  |  |  |  | + |

По данным таблицы можно установить:

- влияние на величину произведенной продукции величины затрат, основного капитала, естественных ресурсов, соотношения затрат на производство к количеству работников;

- влияние величины естественных ресурсов на эластичность величины естественных ресурсов и эластичность затрат на производство.

Параметры полученных 6 уникальных моделей представлены в таблице ниже:

Таблица 5 - Сравнение параметров построенных моделей производственной функции картофеля

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатель | Модели случайного леса | | | Модели регуляризации | | MARS-метод | |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| Значение F-критерия | 122.5 | 95.96 | 206.2 | 1253 | 640.7 | 1253 | 692 |
| Скорректированный коэффициент детерминации | 0.3333 | 0.4377 | 0.7169 | 0.8374 | 0.8404 | 0.8374 | 0.8505 |
| p-значение | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 |
| р-значение гипотезы о нарушении предпосылок МНК | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| р-значение гипотезы о асимметричности распределения ошибок | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| р-значение гипотезы об эксцессе распределения ошибок, отличном от нормального | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| р-значение гипотезы о нелинейности модели | 0 | 1.1e-16 | 0.2637 | 0.08557 | 0.9609 | 0.08557 | 0.4868 |
| р-значение гипотезы о гетероскедастичности ошибок | 0.08223 | 0.05797 | 1.336e-7 | 2.605e-11 | 1.127e-11 | 2.605e-11 | 3.997e-11 |

По результатам анализа достоверности моделей было отмечено отсутствие моделей, для которых выполняются все условия Гаусса-Маркова. Таким образом, было принято решение о построение квантильного уравнения регрессии с набором переменных, дающий наибольший скорректированный коэффициент детерминации (величина естественных ресурсов и соотношение естественных ресурсов и количества работников). Коэффициенты данной модели представлены в таблице ниже.

Таблица 6 - Параметры лучшей модели квантильной производственной функции картофеля

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Параметр | Значение коэффициента | Доверительный интервал значения коэффициента |
| Свободный член | 4.27851 | 3.96 / 4.52 |
| Посевная площадь, га | 1.18281 | 1.12 / 1.24 |
| Затраты на производство, приходящиеся на 1 работника, руб. / чел. | 0.00018 | 0.0001 / 0.0002 |

Таким образом, производственная функция картофеля запишется в виде:

, (2)

где Т - Посевная площадь, га;

S/T - Затраты на производство, приходящиеся на 1 работника, тыс. руб. / чел.;

Следовательно, при увеличении количества посевных площадей на 1% выпуск продукции увеличится на 1.18%, а при увеличении показателя величины затрат на 1 га, на 1%, выпуск продукции увеличивается на 0.0002%. Таким образом, для достижения наибольшего прироста величины произведенной продукции необходим рост величины посевных площадей и рост величины затрат, приходящихся на 1 га.

Перейдем к построению производственной функции мяса КРС.

Таблица 7 - Информация о переменных, включенных в производственную функцию мяса КРС

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Переменная | Модели случайного леса | | Модели регуляризации | | MARS-метод | |
| 1 переменная | 2 переменных | 1 переменная | 2 переменных | 1 переменная | 2 переменных |
| Поголовье (как фактор, влияющий на эластичность поголовья) | + | + |  |  |  |  |
| Поголовье (как фактор, влияющий на основного капитала) |  | + |  |  |  |  |
| Поголовье |  |  | + | + | + | + |
| Затраты на производство |  |  |  | + |  | + |

По данным таблицы можно установить:

- влияние на величину произведенной продукции величины затрат, естественных ресурсов;

- влияние величины естественных ресурсов на эластичность величины естественных ресурсов и капитала.

Параметры полученных 4 уникальных моделей представлены в таблице ниже:

Таблица 8 - Сравнение параметров построенных моделей производственной функции мяса КРС

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатель | Модели случайного леса | | Модели регуляризации | | MARS-метод | |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| Значение F-критерия | 962.8 | 578.1 | 3998 | 2383 | 3998 | 2383 |
| Скорректированный коэффициент детерминации | 0.513 | 0.5583 | 0.8141 | 0.8392 | 0.8141 | 0.8392 |
| p-значение | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 |
| р-значение гипотезы о нарушении предпосылок МНК | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| р-значение гипотезы о асимметричности распределения ошибок | 0 | 0 | 1.3e-5 | 0 | 1.3e-5 | 0 |
| р-значение гипотезы об эксцессе распределения ошибок, отличном от нормального | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| р-значение гипотезы о нелинейности модели | 0 | 0 | 7.396e-9 | 5.034e-4 | 7.396e-9 | 5.034e-4 |
| р-значение гипотезы о гетероскедастичности ошибок | 0.002 | 0.0057 | 2.128e-11 | 1.339e-12 | 2.128e-11 | 1.339e-12 |

По результатам анализа достоверности моделей было отмечено отсутствие моделей, для которых выполняются все условия Гаусса-Маркова. Таким образом, было принято решение о построение квантильного уравнения регрессии с набором переменных, дающий наибольший скорректированный коэффициент детерминации (величина естественных ресурсов и количества работников). Коэффициенты данной модели представлены в таблице ниже.

Таблица 9 - Параметры лучшей модели квантильной производственной функции мяса КРС

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Параметр | Значение коэффициента | Доверительный интервал значения коэффициента |
| Свободный член | -1.29661 | -1.407 / -1.003 |
| Поголовье | 0.78946 | 0.719 / 0.836 |
| Затраты на производство | 0.32075 | 0.272 / 0.362 |

Таким образом, производственная функция мяса КРС запишется в виде:

(3)

где Т - Поголовье, гол;

S - Затраты на производство, тыс. руб.;

Следовательно, при увеличении величины стада на 1% выпуск продукции увеличится на 0.8%, а при увеличении затрат на производства на 1% - на 0.32%. Таким образом, для достижения наибольшего прироста величины произведенной продукции необходим одновременный рост величины стада и затрат на производство

Перейдем к построению производственной функции мяса свиней.

Таблица 10 - Информация о переменных, включенных в производственную функцию мяса свиней

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Переменная | Модели случайного леса | Модели регуляризации | | MARS-метод | |
| 1 переменная | 2 переменных | 1 переменная | 2 переменных |
| Поголовье | + | + | + | + | + |
| Затраты на производство |  |  | + |  |  |
| Затраты на производство, приходящиеся на 1 работника |  |  |  |  | + |

По данным таблицы можно установить влияние на величину произведенной продукции величины затрат, естественных ресурсов, соотношения затрат на производство к количеству работников.

Параметры полученных 3 уникальных моделей представлены в таблице ниже:

Таблица 11 - Сравнение параметров построенных моделей производственной функции мяса свиней

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатель | Модели случайного леса | Модели регуляризации | | MARS-метод | |
| 1 | 2 | 1 | 2 |
| Значение F-критерия | 393.6 | 393.6 | 216.6 | 393.6 | 220.3 |
| Скорректированный коэффициент детерминации | 0.8831 | 0.8831 | 0.8924 | 0.8831 | 0.894 |
| p-значение | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 | < 2.2e-16 |
| р-значение гипотезы о нарушении предпосылок МНК | 0.03417 | 0.03417 | 0.0104 | 0.03417 | 0.04149 |
| р-значение гипотезы о асимметричности распределения ошибок | 0.431373 | 0.431373 | 0.10478 | 0.431373 | 0.13281 |
| р-значение гипотезы об эксцессе распределения ошибок, отличном от нормального | 0.00769 | 0.00769 | 0.00729 | 0.00769 | 0.04174 |
| р-значение гипотезы о нелинейности модели | 0.29565 | 0.29565 | 0.47442 | 0.29565 | 0.27358 |
| р-значение гипотезы о гетероскедастичности ошибок | 0.20788 | 0.20788 | 0.09175 | 0.20788 | 0.12662 |

По результатам анализа достоверности моделей было отмечено отсутствие моделей, для которых выполняются все условия Гаусса-Маркова. Таким образом, было принято решение о построение квантильного уравнения регрессии с набором переменных, дающий наибольший скорректированный коэффициент детерминации (величина естественных ресурсов и соотношение затрат к количеству работников). Коэффициенты данной модели представлены в таблице ниже.

Таблица 12 - Параметры лучшей модели квантильной производственной функции мяса свиней

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Параметр | Значение коэффициента | Доверительный интервал значения коэффициента |
| Поголовье | 1.0107 | 0.976 / 1.038 |
| Затраты на производство, приходящиеся на 1 работника | 0.0001 | 0.00003 / 0.00026 |

Таким образом, производственная функция мяса свиней запишется в виде:

(4)

где Т - Поголовье, гол;

S/L - Затраты на производство, приходящиеся на 1 работника, тыс. руб./чел.;

Следовательно, при увеличении величины стада на 1% выпуск продукции увеличится на величину, с 95-й вероятностью находящейся в диапазоне от 0.976 до 1.038%, а при увеличении показателя величины затрат на 1 работника на 1%, выпуск продукции увеличивается на в среднем на 0.0001%. Таким образом, для достижения наибольшего прироста величины произведенной продукции необходим одновременный рост величины стада и затрат на 1 работника.

*Заключение.* На основании полученных результатов можно сделать следующие итоговые выводы:

- при построении моделей производственных функций для субъектов сельского хозяйства разного уровня необходимо учитывать возможность влияния соотношения ресурсов на выпуск продукции и возможность зависимости показателей эластичности ресурсов от их количества.

В ходе исследования были обнаружены такие статистически значимые эффекты;

- анализ эффективности методов отборов признаков показал, что при принятой методологии наиболее эффективен был отбор признаков, проведенный с помощью MARS-метода – во всех четырех рассмотренных случаях именно данный метод позволил найти комбинацию переменных, в наибольшей степени объяснявших вариацию величины выпущенной продукции;

- после нахождения параметров модели с помощью метода наименьших квадратов обязательна проверка на выполнимость условий Гаусса-Маркова;

- ключевым количественным ресурсом сельскохозяйственного производства по-прежнему остаются естественные ресурсы;

- в производственных функциях животноводства достоверно влияющей на выпуск продукции является величина затрат на производство в расчете на 1-го работника.

Производственные функции являются мощным инструментом анализа производственных и экономических процессов в сельском хозяйстве на разных его уровнях. На основании вышеизложенного можно сформулировать следующие направления дальнейших исследований:

- изучение оптимизационных методов получения коэффициентов производственной функции, анализ их применимости и эффективности, в том числе и в сочетании с методами кросс-валидации;

- построение производственных функций разных функциональных типов, сравнение их применимости для случая описания процессов, происходящих на разных уровнях сельского хозяйства в РФ;

- выработка и применение единой методологии анализа производственных функций.

**Список источников:**

1. Bella, G., Liuzzi, D., Mattana, P., Venturi, B. Equilibrium selection in an environmental growth model with a *S*-shaped production function / G. Bella, D. Liuzzi, P. Mattana, B. Venturi // Chaos, Solitons and Fractals. – 2020. - № 130. – 109432.
2. Славянов А. С. Подходы к учету интеллектуального капитала в производственной функции / А. С. Славянов // Контроллинг. – 2020. - № 1 (75). – С. 36 – 41.

3. Cheng, M., Han, Y. Application of a modified CES production function model based on improved PSO algorithm. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://doi.org/10.1016/j.amc.2020.125178 (дата обращения: 25.11.2020).

4. Lagomarsino, E. Estimating elasticities of substitution with nested CES production functions: Where do we stand? [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://doi.org/10.1016/j.eneco.2020.104752 (дата обращения: 25.11.2020).

5. Мамонов, О. В. Решение задачи о максимальном выпуске продукции для производственной функции с неограниченной нормой замещения ресурсов / О. В. Мамонов // Экономический обзор. – 2020. - № 4. – С. 32-36.

6. Хацкевич, Г. А., Проневич, А. Ф., Чайковский, М. В. Двухфакторные производственные функции с заданной предельной нормой замещения / Г. А. Хацкевич, А. Ф. Проневич, М. В. Чайковский // Экономическая наука сегодня. – 2019. - № 10. – С. 169 – 181.

7. Hu, Y., Huang, G., Sasaki, Y. Estimating production functions with robustness against errors in the proxy variables [Электронный ресурс]. – Режим доступа https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2019.05.024. (дата обращения: 25.11.2020).

8. Амирова, Г. Ф., Бенц, Д. С., Мишина, Б. Д., Резепин, А. В. Выявление факторов экономического роста региона на основе оценки производственных функций промышленных предприятий // Г. Ф. Амирова, Д. С. Бенц, В. Д. Мишина, А. В. Резепин // Вестник Челябинского государственного университета. – 2019. - № 7 (429). С. 80 – 90.

9. Кирилюк, И. Л., Сенько, О. В. Выбор моделей оптимальной сложности методами Монте-Карло (на примере моделей производственных функций регионов Российской Федерации) / И. Л. Кирилюк, О. В. Сенько // Информатика и ее применения. – 2020. Т. 14. - № 2. С. 111 – 118.

10. Oryani, B., Koo, Y., Rezania, S., Shafiee, A. Investigating the asymmetric impact of energy consumption on reshaping future energy policy and economic growth in Iran using extended Cobb-Douglas production function. [Электронный ресурс]. – Режим доступа https://doi.org/10.1016/j.energy.2020.119187. (дата обращения: 25.11.2020).

11. Суворов, Н. В., Ахунов, Р. Р., Губарев, Р. В., Дзюба, Е. И., Файзуллин, Ф. С. Применение производственной функции Кобба-Дугласа для анализа промышленного комплекса региона / Н. В. Суворов, Р. Р. Ахунов, Р. В. Губарев, Е. И. Дзюба, Ф. С. Файзуллин // Экономика региона. – 2020. – Т. 16, вып. 1 – С. 187 – 200.

12. Дружинин, П. В., Морошкина, М. В. Оценка эффективности развития регионов Европейского Севера на основе производственных функций / П. В. Дружинин, М. В. Морошкина // Друкеровский вестник. – 2019. - № 5. – С. 218 – 231.

13. Никоноров, В. М. Математическая модель экономики РФ (трехфакторная производственная функция) / В. М. Никоноров // Наука и бизнес: пути развития. – 2020. - № 2 (104). - С. 156 – 161.

14. Сериков, С. Г. Выявление специфики общественного воспроизводства Амурской области с помощью производственной функции Кобба-Дугласа / С. Г. Сериков // Вестник университета. – 2019. - № 12. – С. 144 – 153.

15. Кутышкин, А. В., Шульгин, О. В. Краткосрочное прогнозирование величины валового регионального продукта на основе использования аппарата производственных функций / А. В. Кутышкин, О. В. Шульгин // Региональная экономика и управление: электронный научный журнал. – 2020. - № 3 (63). – С. 23.

16. Lin, B., Raza, M. Y. Energy substitution effect on transport sector of Pakistan: A trans-log production function approach / B. Lin, M. Y. Raza // Journal of Cleaner Production. – 2020. - № 251. – 119606.

17. Lu, H., Bai, Y., Ren, H., Campbell, D .E. Integrated emergy, energy and economic evaluation of rice and vegetable production systems in alluvial paddy fields: implications for agricultural policy in China / H. Lu, Y. Bai, H. Ren, D. E. Campbell // J. Environ. Manage. – 2010. - № 91. – С. 2727 - 2735.

18. Jaklic, T., Juvancic, L., Kavcic, S., Debeljak, M. Complementarity of socioecnomic and emergy evaluation of agricultural production systems: the case of Slovenian dairy sector / T. Jaklic, L. Juvancic, S. Kavcic, M. Debeljak // Ecological Economy. – 2014. - № 107. С. – 469 - 481.

19. Amiri, Z., Asgharipour, M. R., Campbell, D. E., Sabaghi, M. A. Comparison of the sustainability of mechanized and traditional rapeseed production systems using an emergy-based production function: A case study in Lorestan Province, Iran / Z. Amiri, M. R. Asgharipour, D. E. Campbell, M. A. Sabaghi // Journal of Cleaner Production. – 2020. - № 258. -120891

20. Кетова, К. В., Вавилова, Д. Д., Ларин, В. О. Построение производственных функций экономической системы региона / К. В. Кетова, Д. Д. Вавилова, В. О. Ларин // Дневник науки. – 2020. - № 6. - С. 27.

21. Strobl, C., Boulesteix, A.-L., Kneib, T., Augustin, T., Zeileis, A. Conditional Variable Importance for Random Forests. [Электронный ресурс]. – Режим доступа http://www.biomedcentral.com/1471-2105/9/307 (дата обращения: 25.11.2020).

22. Friedman, J., Hastie, T., Tibshirani, R. Regularization Paths for Generalized Linear Models via Coordinate Descent / J. Friedman, T. Hastie, R. Tibshirani // Journal of Statistical Software. – 2010. - № 1(33). - С. 1-22.

23. Pena, E. A., Slate, E. H. Global validation of linear model assumptions / E. A. Pena, E. H. Slate // Journal of the American Statistical Association. - 2006. - № 101. - С. 341-354

**Артем Дмитриевич Черемухин**, старший преподаватель кафедры «Физико-математические науки», ГБОУ ВО «Нижегородский государственный инженерно-экономический университет», г. Княгинино, Россия

Тел.: +79108760455

E-mail: [ngieu.cheremuhin@yandex.ru](mailto:ngieu.cheremuhin@yandex.ru)

**Дмитрий Викторович Проскура,** д.э.н., профессор кафедры «Экономика и автоматизация бизнес-процессов», ГБОУ ВО «Нижегородский государственный инженерно-экономический университет», г. Княгинино, Россия

Тел.: +79519033789

E-mail: [dipro@mail.ru](mailto:dipro@mail.ru)

**Abstract**

The article analyzes the main works in the field of construction and research of production functions, the task is to build them according to the data of agricultural organizations of the Nizhny Novgorod region engaged in the production of rapeseed, potatoes, cattle meat, pig meat.

The constructed PFs were modified Cobb-Douglas functions, allowing to take into account the influence of the ratio of economic resources used in production on the volume of production, as well as to take into account the effect of the amount of economic resources on their elasticities.

The methodology for constructing production functions included the selection of the most significant variables, building models, analyzing the reliability of the models and checking them for the fulfillment of the Gauss-Markov conditions.

In the study, the coefficients of 4 production functions were estimated according to the data for 2014-2017, conclusions were drawn, and prospects for further research were outlined.

**Keywords.** Production function, feature selection, model selection, Gauss-Markov conditions, agricultural organizations